

SZÉKELY LÁSZLÓ

*Geometriai fantáziák a modern fizikában**

*Ne féljél drága kisfiam
A fekete lyuk mind messze van
Távcsővel hiába vizslatod
Soha, de soha nem láthatod***

BORIS STERN

A MODERN FIZIKA ÉS A MINDENNAPI GONDOLKODÁS

Ma már közhely, hogy ha fölütünk egy modern fizikával foglalkozó könyvet – legyen az tudományos munka, egyetemi tankönyv vagy népszerűsítő írás –, olyan jelenségekkel találkozunk, amelyek ugyan a XX. századi kultúra „közkinceseivé” váltak, és az általános műveltséghez hozzátartozik verbálisan tudni róluk, ám amelyekkel a mindennapi gondolkodás semmit sem tud kezdeni. Joggal tekinthetjük műveletlennek azt az értelmiségit, aki nem hallott még a „kvantummechanikai indeterminizmus”-ról, a „görbült téridő”-ről vagy éppen a kozmikus „fekete lyuk”-ról. Mégis meglepődnénk, ha se nem fizikus, se nem matematikus beszélgetőpartnerünk az ilyen fogalmaknak kijáró divatos fecsegésen túl közelebbi és tudományosan is korrekt fejtegetésbe bocsátkozna ezekről.

S itt nem csak arról van szó, hogy a tudományos fogalmak jellegükből következőleg megközelíthetetlenek a köznapi gondolkodás számára. A newtoni sebességfogalom a maga egzakt, tudományos formájában elképzelhetetlen a differenciálszámítás nélkül, és ezért tudományos fogalomként sohasem válhatott a köznapi gondolkodás részévé. Ám a „sebesség”, mint a fizikai világ ontológiájának egyik jelensége, ismert a közgondolkodás számára, és a sebesség köznapi fogalma a newtoni fizika megfelelő szakterminusával összeegyeztethető. Amikor viszont a mindennapi gondolkodás a hullám-részecske–dualizmussal vagy a görbült tér fogalmával szembesülve zavarba jön, ez nem csupán a tudomány

* A szerző ezúton köszöni meg az Országos Kutatási Alapnak (OTKA), hogy „A fizika filozófiai kérdései” című kutatás keretében, a **K-79194** OTKA-számon támogatta a jelen tanulmány megszületését.

** A verstöredéket Boris STERN moszkvai fizikus *Csornaja Dűra* (Fekete lyuk) című tréfás versének orosz eredetijéből fordítottuk. [V.ö.: [http://www.wikilivres.info/wiki/Blackhole_\(Stern\)](http://www.wikilivres.info/wiki/Blackhole_(Stern))]. Az eredetiben „kisfiam” helyett „kislányom” szerepel.]

szakmai természetével függ össze. A modern fizika ezoterikus fogalmai közé olyan fogalmak tartoznak, mint a Schrödinger-féle egyenlet, a Heisenberg-féle mátrixmechanika, az energia-impulzus-tenzor, s abban nincs semmi különös, hogy ezeket csak a szaktudósok értik. A szakmai világleírások és konstrukciók, valamint a köznapi gondolkodás világa mindig is két külön „tartományt” képviselt, amelyek közül az elsőbe csak a „beavatottak” szűk köre volt hivatott és képes belépni. Ha a fizikai világ modern ontológiájának néhány alapvető eleme ma nehezen vagy egyáltalában nem illeszthető be a mindennapi gondolkodás világába, akkor itt nem egyszerűen a tudomány szakmai jellegéről van szó. A tudományon belüli „ezoterikus” és a „mindennapi” viszonya változott meg.

Az persze, hogy ebben a relációban változás történt, ma már ugyancsak közhely. Mi több, ideológia, amennyiben hozzátartozik a modern fizika önigazolásához. Landau és Lifsic klasszikusnak számító *Elméleti fizika* című alapvetésükben így írnak Einstein relativitáselméletéről: „[...] az einsteini relativitási elv alapvető fizikai nézeteink lényeges megváltozásához vezet. A mindennapi tapasztalat alapján alkotott fogalmaink a térről és az időről csak közelítőleg érvényesek, amit azzal tudunk megmagyarázni, hogy mindennapi életünkben csak olyan sebességértékekkel van dolgunk, amelyek nagyok kicsik a fénysebességhez képest”.¹ S ez a logika alkalmazható a mikrofizika és a kozmológia viszonylatában is: az előbbiben oly parányi, az utóbbiban oly hatalmas méretekkel van dolgunk, amelyekkel ugyancsak nem találkozhatunk mindennapi életünk során. És ha már a nagy sebességek világa is más, mint ami bennünket mindennapjainkban körülvesz, akkor miért ne lehetnének ugyancsak mások a mikrofizika és a kozmológia tartományai, miért ne jellemezhetnék ezeket mindennapi benyomásainktól eltérő – és ezért a mindennapi gondolkodás számára megragadhatatlan – jelenségek?

A modern fizika önmaga igazolásának és értékelésének részeként előszeretettel veszi elő e gondolatmenetet, és az általa létrehozott új ontológia furcsaságát azzal magyarázza, hogy a tudománynak a természet diadalmas megismerése során sikerült behatolnia a fizikai valóságnak olyan – a makroszkopikus-humán méretű jelenségek világától eltérő – tartományába, amelyek korábban megközelíthetetlenek voltak számára. Éppen a tudomány eredményessége fejeződik ki abban – hangzik ezen érvelésben –, hogy a fizika képes e tartományokat a számunkra idegen viszonyok ellenére földeríteni és megismerni. Ha pedig ennek során a mindennapi gondolkodás számára abszurd ontológiához jutunk, ez a fizikai világ objektív megismerésének következménye. (Csak zárójelben: ezt az érvelést a nálunk történelmileg tekintve nem oly rég még hivatalosan tanított „dialektikus materializmus” is magába olvasztotta, és azt továbbfejlesztve a másfajta viszonyokat – melyeket a szóban forgó érv csupán tárgyyszerűen megállapít, de nem magyaráz – Hegelnek a mennyiségi és minőségi változásokról szóló el-

¹ L. D. LANDAU–E. M. LIFSIC: *Elméleti fizika II.: klasszikus erőterek*. Bp., Tankönyvkiadó. 1976. 14.

méletével magyarázta meg. Eszerint nem véletlen, hogy a mikrofizikai és a kozmikus tartományok jellege eltér mindennapi világunktól, mivel a mikrofizikai és a kozmikus méretek felé haladva a mennyiség – a méretek – változása minőségi változásba „csap át”.)

Természetesen a mikrofizikai, a mindennapi és a kozmikus dimenziók különbözőségére hivatkozó érv – bár kétségen kívül nem alaptalan – egyáltalában nem oly evidens, mint ahogyan azt a modern fizika és annak filozófiai védőügyvédei sugallják. A kiváló és a nemzetközi fizika nagy trendjeihez kapcsolódó (de hazánkban eretneknek tekintett és igaztalanul lebecsült) magyar fizikus, Jánossy Lajos – részben mostohaapjának, Lukács Györgynek, részben tanárának és későbbi kollégájának, a XX. századi kvantummechanika óriásának, Ervin Schrödingernek hatására – kifejezetten elutasította e nézetet, és a mindennapi gondolkodásnak való megfelelést a tudományos elméletalkotás metanormájaként posztulálta: „Sok modern fizikus szerint a modern fizika – elsősorban a relativitáselmélet – azt bizonyítja, hogy ha meg akarunk birkózni a modern fizika problémáival, a mindennapi gondolkodásmódot föl kell adnunk. [...] Annak a tézisnek, hogy a tudományos gondolkodás a mindennapi gondolkodás [...] továbbfejlesztése, a legjobb módszer rámutatni arra, hogy a relativitáselmélet egész komplexusa a mindennapi gondolkodásmódnak megfelelő, természetes módszerekkel is fölépíthető.”² Jánossy nem csupán megfogalmazta e kívánalmat, hanem a relativitáselmélet lorentziánus – éteralapú – értelmezési hagyományát követve e kritériumnak megfelelően újra is építette Einstein elméletét.³ (Megint csak zárójelben: nyilvánvaló, hogy Jánossy e követelménye a korábban említett dialektikus materialista tézissel radikális ellentétben van. Ezért hamis az a róla uralkodó kép, hogy mint párkatona és marxista gondolkodású természettudós, a hivatalos filozófia „kellését” követve eltorzította volna a fizikát. A hatvanas években – amikor nézeteit részletesen kidolgozta – a hivatalos tan már az ő nézeteivel ellentétes dialektikus materialista tézist hirdette, és bár Jánossy kétségkívül hivatkozik a marxizmusra és Lukács Györgyre, konkrét fizikáját nem annyira e világnézet, hanem a két nagy fizikus, Lorentz és Schrödinger nézetei befolyásolták. A magyar fizikus valójában a tudománynak azt a hagyományát védelmezte, mely Schrödingeren és Lorentzen keresztül egészen Giordano Brunóig vezethető vissza.)

Jánossy Lajos e fölfogása részben hasonlít Einsteinnek a kvantummechanikához való viszonyára, és arra is rámutat, hogy az utóbbi nem volt teljesen következetes, amikor a görbült téridő fizikai bevezetésének minden következményét elfogadta, ám a kvantummechanikától a tradicionális racionalizmusra hivatkozva számon kérte a fizikai determinizmust. De Jánossy és Einstein attitűdje filozófiai alapjában is közös: mindkettő álláspontja a Landau-Lifsic-féle érvben

² JÁNOSY LAJOS: „Előszavak 1.” In: JÁNOSY LAJOS–ELEK TIBOR: *A relativitáselmélet filozófiai problémái*. Bp., Akadémiai Kiadó, 1963. 9.

³ Vö.: JÁNOSY LAJOS: *A relativitáselmélet a fizikai valóság alapján*. Bp. Akadémiai Kiadó, 1971.

megbúvó ismeretelméleti determinizmus és objektivizmus elutasításán nyugszik. A háttérben mindkettőnél ott rejlik az elméletek empirikus aluldetermináltsága (amelyet Einstein számos ismeretelméleti tanulmányában – részben Ernst Mach, részben Poincaré hatására – kifejezetten is taglalt): annak fölismerése, hogy a tapasztalat önmagában nem kényszeríthet ki egy adott, meghatározott elméletet, hanem alternatívákat hagy számunkra, melyek között metodológiai, ismeretelméleti és metafizikai elkötelezettségeink alapján választunk. (Thomas Kuhn nagy „fölfedezése” számunkra evidens volt.)

Persze a modern fizikának és a mindennapi gondolkodásnak viszonyát a Jánossy-féle metanorma sem teszi egyszerűbbé. Egyrészt, nehéz arra választ adni, hogy hol a határ a mindennapi gondolkodásnak való megfelelésben? Másrészt, vajon Jánossy normáját korlátlanul követve nem zárjuk-e le a tudomány lehetőségeit? A relativitáselmélet kapcsán a magyar fizikus megmutatta ugyan, hogy nem – de vajon megvalósítható-e programja a kvantummechanika tekintetében? Hasonló kérdések „visszafelé”, a Landau-Lifsic-féle érvelés irányában is megfogalmazhatók. Ha elfogadjuk, hogy a mikrovilágot és a kozmikus dimenziókat mindennapi életünk világától radikálisan eltérő viszonyok jellemzik, érintheti-e ez legalapvetőbb kategóriáinkat? A relativisztikus jelenségek elfogadása a nagy sebességek világában vajon maga után vonja-e, hogy bele kell törődnünk a kvantummechanikai indeterminizmusba? Helyes-e egyáltalán a Landau-Lifsic-féle érv empirista ismeretelméleti előföltétele? Valóban a tapasztalatból ered-e a mindennapi gondolkodás valamennyi kategóriája?

Einstein egyértelműen tagadón válaszolt az utóbbi kérdésekre, és ez részben föloldja előbb említett következetlenségét: világképében a determinizmus nem tisztán empirikus eredetű kategória, hanem a racionalitás elengedhetetlen összetevője. Ezért ha racionális elméletet szeretnék alkotni, akkor az ő meglátása szerint ragaszkodnunk kell hozzá, s nem adhatjuk föl a másféle viszonyokra hivatkozva. Az is világos ugyanakkor, hogy az ő racionalitásfogalma más, mint Jánossyé: számára a racionalitás és a mindennapi gondolkodás szétválk, és a nem-eukleidészi geometriák fizikai alkalmazását racionális eljárásnak tekinti, mint amiként ez karakterisztikusan megjelenik a *Geometria és tapasztalat* című tanulmányában, ahol éppen a fizika ésszerűségének követelményére hivatkozva érvel e geometriák (azaz népszerűen a „görbült tér”) fizikai alkalmazása mellett.⁴

A FIZIKA GEOMETRIZÁLÁSA A RELATIVITÁS EINSTEINI ELMÉLETÉBEN

Eltekintve az utóbbi soroktól, mindeddig nem foglalkoztunk a fizikán belüli geometriával. Ennek ellenére mégiscsak tárgyunkat készítettük elő, amennyiben

⁴ ALBERT EINSTEIN: *Geometria és tapasztalat*. In: (Szerk.) Székely László: *Albert Einstein válogatott írásai*. Bp., Typotex, 2005. 282–293.

a modern fizika említett „furcsaságai”-nak egyik jellegzetes, a relativitás elméletében megjelenő csoportja kifejezetten geometriai eredetű. Továbbá világossá tettük azt is, hogy a nem eukleidészi geometria nem tapasztalati kényszerként, hanem metateoretikus elkötelezettségek nyomán került be a XX. századi fizikába, azaz Poincaré konvencionalista filozófiájával összhangban bevezetése „meg-egyezés” kérdése volt.

Ha a relativitáselmélet kialakulását és fejlődését e szempontból (tehát a geometria szempontjából) tekintjük, szembetűnő, hogy a speciális relativitáselmélet eredeti, einsteini változatában nincs közvetlen szerepe a geometriának. Bár az elmélet fogalmi struktúrájának kidolgozásába közvetve belejátszik a geometria, amennyiben Einstein a térben távoli órákat gondolatkísérletében mérőrudakkal és fényjelekkel igazítja egymáshoz, a speciális elmélet eredeti formájában nem használ geometriai eszközöket. A mozgás irányában történő hosszúság-összehúzóódása mint a speciális elméletnek az órák lassulása melletti másik jellegzetes jelensége ugyan geometriai jellegű változás, ám az eredeti elmélet nem köti azt össze semmiféle térszerkezetével, csupán megállapítja, hogy axiómáiból matematikailag következik.⁵

Ha ma Einstein speciális elmélete mégis elválaszthatatlanul összekapcsolódik a geometriával, az Minkowski fölfedezésének köszönhető, aki fölismerte, hogy egy szellemes geometriai konstrukció – a Minkowski-féle négydimenziós téridő – segítségével Einstein elméletének összefüggései geometriailag ábrázolhatók.⁶ Fontos ugyanakkor hangsúlyozni, hogy itt csupán egy ábrázolási módról van szó, amelyre magának az elméletnek nincs szüksége, s ezért a Minkowski konstrukciója nem több a speciális relativitás szempontjából, mint külsődleges csatolmány, mely magát az elméletet a legkisebb mértékben sem változtatja meg, s ezért róla bármikor lekapcsolható.

A dolog ezzel szemben komollyá válik, ha a Minkowski-féle téridőt általánosítva bevezetjük a nem-eukleidészi (tehát „görbült”) téridőt, mely az einsteini általános relativitáselmélet alapfogalma és egyúttal „differentia specifica”-ja. Bár az általános relativitáselmélet jelenségei értelmezhetőek az alternatív, lorentziánus hagyományt követve is (erre példa Jánossy Lajos már említett elmélete), az einsteini általános elmélet csupán a Minkowski-féle téridőből kiindulva, annak általánosításával jöhetett létre, így geometriai jellege kiküszöbölhetetlen. Ami a speciális elmélet szempontjából eldobható illusztráció volt csupán – a négydimenziós téridő –, az einsteini általános elméletben élet és halál kérdésévé vált.

Ám még ez az einsteini lépés sem vonja szükségképpen maga után az olyan konstrukciókat, mint a különböző, véges, de határtalan világegyetem-modellek, a

⁵ Vö.: ALBERT EINSTEIN: A mozgó testek elektrodinamikájáról. In: (Szerk.) *Székely: i. m.*, 81–103.

⁶ H. MINKOWSKI: Raum und Zeit. (1908) In: H. A. LORENTZ–A. EINSTEIN–H. MINKOWSKI: *Das Relativitätsprinzip*. Vierte Auflage. Leipzig und Berlin, Teubner, 1922. 54–66.

fekete és fehér lyukak, az időutazást lehetővé tévő időhurkok, vagy a kozmikus "féreglyukak" és a hasonlóan extrém téridőbeli geometriai alakzatok, melyekben a téridő immár mind szó szerinti, mind pedig metaforikus értelemben „elfajul”.

A következőkben a geometriának ezzel a fizikába történő – a „féreglyukakban” és az általános relativitáselmélet egyéb „finomságaiban” csúcra jutó – behatolásával fogunk röviden foglalkozni.

A MINKOWSKI-FÉLE TÉRIDŐ MINT „DICSÓSÉGES NEM LÉTEZŐ” ÉS A LOVAK ELÉ FOGOTT SZEKÉR

Mint amiképpen már utaltunk rá, az általános elmélet megszületéséig a Minkowski-féle téridő levethető ruha volt Einstein elméletén. Az elmélet e geometrizálása ugyanakkor már így is komoly következményekkel járt. Az algebrai jellegű formulák, egyenletek összességéként előálló speciális elmélet eredetileg a térben haladó fényjelekben, lassabban járó órákban, összehúzódó méterrudakban és száguldó vonatokban jelent meg látványszerűen, ám most egy új, elvont, pszeudovizuális ábrázolást kapott, amennyiben a négydimenziós téridő ugyan szemléletesen nem jeleníthető meg, ám bizonyos mértékig mégiscsak vizuális jellegű: leegyszerűsítve, egy vagy két dimenziót elhagyva ábrázolható, és általa a speciális relativitáselmélet összefüggései geometriai alakzatokban (világvonalak, fénykúp, stb.) jeleníthetők meg. Ugyanakkor ez az ábrázolás logikailag nem a fényjeleket, a vonatokat vagy a lassuló órákat helyettesíti, hanem a matematikai formulákban adott összefüggéseket alakítja át geometriai alakzatokká. Ezen formulák valóságos („életvilágbeli”) ábrázolásaiként továbbra is a fényjelek, a vonatok, az órák és a méterrudak maradnak meg. Az elmélet eredeti formuláit vonatkoztatási pontnak tekintve fogalmazhatunk úgy is, hogy a vonatok felé való elmozdulás mint illusztráció a tapasztalati világhoz való visszatérést jelenti, amelyből a tudomány az általános összefüggéseket keresve absztrahált, míg a Minkowski-féle ábrázolás további elvonatkoztatást jelent, azaz még távolabb van tapasztalati világunktól, mint a speciális relativitáselmélet axiómái és matematikai formulái.

Ugyanakkor e viszony egyértelműsége ellenére a két vizuális ábrázolás – az életvilágbeli és a geometriai – párhuzamos jelenléte az elmélet interpretációjában komoly zavarokat okozott. A Minkowski-féle téridő és annak geometriája ugyanis a látványszerűség következtében úgy jelenik meg, mintha valamiféle valóságos, térszerűen létező objektumnak volna geometriai leírása, és ennyiben közelebb állna a fizikai valósághoz, mint Einstein eredeti formulái. Mintha ezen utóbbiak nem volnának mások, mint e térszerű entitás – a fizikailag valóságosnak, tőlünk függetlenül létezőnek föltételezett téridő – belső viszonyainak nem képszerű, nem geometriai jellegű, és ezért a Minkowski-féle téridőnél elvontabb, absztraktabb leírásai. Azaz a speciális relativitáselmélet összefüggéseinek vizuá-

lis-geometriai ábrázolása azt a benyomást kelti, mintha itt elsődlegesen nem is száguldó vonatokról és fényjelekről volna szó, hanem valami másról, és ezt a mást a Minkowski-féle geometria közvetlenül ragadja meg és ábrázolja, míg maguk a vonatok és a fényjelek – és az egész tapasztalati világ – csupán e másnak alárendelt elemei volnának. Képszerűsége következtében a Minkowski-féle geometria tehát nem mint absztrakció jelenik meg, hanem azt a benyomást kelti, mintha valamiféle eredendő fizikai létező közvetlen megragadása volna (puszta matematikai formulák esetén sohasem gondolnánk ilyet), amely eredendőbb, mint tapasztalati világunk jelenségei. Minkowski kifejező szavaival: „*mától kezdve a tér és az idő mint önálló létezők teljességgel árnyakká válnak, és csak kettőjük egyfajta egyesítése marad meg önállóságában*”.⁷

Könnyű belátni, hogy itt a Minkowski-féle téridő mint elméleti geometriai konstrukció radikálisan realista értelmezésről van szó, mely tekintettel a konstrukció geometriai jellegére, egyúttal platonista is: valósággá az elméletben megjelenő geometria megfelelője válik, míg az érzéki-tapasztalati világ ennek „árnyéka”-ként adódik. Ez az a sajátos jelenség, amelyet a filozófia az elvont fogalmak hiposztazációjának nevez.

Ebben az összefüggésben igen fontos körülmény, hogy a speciális relativitás-elmélet nem ad magyarázatot arra, hogy miért lassulnak le az órák, és miért rövidülnek meg mozgásirányban a testek a megfigyelőhöz képest mozgó tehetetlenségi rendszerekben: az elmélet csupán levezeti e jelenségeket saját axiómáiból, valamint az általa meghatározott mérési eljárásokból. Ha viszont a négydimenziós téridőt eredendőbb valóságnak tekintjük, mint a mi érzéki világunkat a vonatokkal és a fényjelekkel, akkor a relativisztikus jelenségek – a relativisztikus hosszúságkontrakció és óralassulás – magyarázhatókká válnak a téridő tulajdonságaival.

E magyarázat ugyanakkor igen problémás, mivel a magyarázatul szolgáló „ok” a fentiek szerinti hiposztazációval keletkezett. Erre utalva Harvey R. Brown és Oliver Pooley a Minkowski-féle téridőt „dicsőséges nemlétezőnek” nevezik,⁸ és úgy jellemzik e magyarázatstruktúrát, mint amely a szekeret fogja a lovak elé. A relativitáselmélet geometriája azért olyanként adott, mint amiképpen azt ismerjük – érvelnek –, mert a fizikai – tehát nem geometriai – jellegű törvények, összefüggések ilyenként hozzák azt létre. A kérdés éppen az, hogy mik ezek a fizikai törvények és összefüggések, és azok hogyan hozzák létre a geometriát. A geometriai magyarázattal valójában azt használjuk föl magyarázatként, ami a

⁷ MINKOWSKI: *i. m.*, 54.

⁸ HARVEY R. BROWN–OLIVER POOLEY: Minkowski Space-Time: A Glorious Non-Entity. In: *Philosophy and Foundations of Physics*. (Series Editors: Dennis Dieks, Miklos Rédei) Vol. 1: *The Ontology of Space-time* (Edited by Dennis Dieks) Amsterdam, etc.: Elsevier, 2006. 67–92; vö. továbbá H. R. BROWN: *Physical Relativity: Space-Time Structure From a Dynamical Perspective*. Oxford, Clarendon Press, 2005.

magyarázatot igényli, és ezáltal elvágjuk az utat a valóságos fizikai összefüggések megismerése felé.

Persze a problémának van egy mélyebb rétege is. A lovak elé befogott szekér hasonlatáról azt gondolhatnánk, hogy Brown és Pooley ötlete, melyet az ellenkező álláspont kifigurázására gondoltak ki. Csakhogy valójában a mások oldalról, a mai fizikában uralkodó álláspontot védelmező Jurij Balashovtól és Michael Janssentől származik: az utóbbiak maguk is tisztában vannak azzal, hogy itt, a relativisztikus jelenségek geometriai magyarázatával furcsa helyzet állt elő, és ők maguk jellemzik a lovak elé kötött szekérrel ezt a fizikusok többsége által ma követett álláspontot.⁹ A kérdés valójában az, hogy eredendően fizikai jellegű-e a minket körülvevő valóság, vagy az érzéki világ és az „alatta” föltételezett fizikai folyamatok (pl.: egy érzéki tárgy és annak érzékileg nem tapasztalható atomjainak összjátéka) „mögött” egy még eredendőbb, *geometriai* jellegű valóság, a négydimenziós téridő rejtekezik. A gyakorló fizikusok többsége – legyen bár még oly kiváló szakember is –, nincs igazán tisztában azzal, hogy a relativitáselmélet jelenségeinek geometriai magyarázatát elfogadva valójában mit képvisel, Balashov és Janssen viszont ezt világosan látja, és azt tudatosan elfogadva köti a szekeret a lovak elé.

A speciális elmélet összefüggéseinek geometriai eszközökkel történő ábrázolása tehát annak ellenére komoly következményekkel járt az elmélet interpretációjára és a fizikai világ ontológiájára, hogy mindez az elmélet szempontjából teljesen fölösleges volt, és ahhoz – a szellemes ábrázoláson, illetve a matematikai formulák és a geometriai összefüggések közötti érdekes megfelelés fölfedezésén kívül – semmivel sem járult hozzá.

AZ ELFAJULT TÉRIDŐ ELFAJULÁSAI

Azzal, hogy a speciális relativitáselmélet geometriai ábrázolást kapott, absztrakt lehetőség adódott arra, hogy ezzel az ábrával játszani kezdjünk, azt különbözőképpen eltorzítsuk, és a torz képeket a fizikára visszavetítve megnézzük, milyen lenne világunk, ha azok a valóságban érvényesülnének. Ezzel a lehetőséggel azonban senki sem élt mindaddig, amíg Einstein föl nem ismerte, hogy éppen a Minkowski-téridő ilyen eltorzításainak segítségével alkotható meg az általános relativitáselmélet és – annak részeként – a gravitáció új elmélete.

Konkrétan: a Minkowski-féle téridő az eukleidészi geometriát követi, azzal a kis eltéréssel, hogy a püthagorászi formulában az időkoordináta négyzetéhez tartozó előjel eltér a térdimenziókhoz tartozó előjeltől. Einstein e geometriát „torzította el” a nem-eukleidészi geometriák bevezetésével annak érdekében, hogy a

⁹ Yuri Balashov–Michel Janssen: Critical Notice: Presentism and Relativity. = *The British Journal for the Philosophy of Science* 54. 2003. 327–346., különösen: 340–341.

speciális relativitást általánosíthassa. Az így kapott elméletben a gravitációs tér mint a Minkowski-féle téridő torzulása, „görbültsége” jelenik meg, amely torzulás természetesen nem önkényes, hanem azt az általános relativitáselmélet – igen bonyolult – alapegyenlete szabályozza.

Mármost ennek kapcsán egyik oldalról a geometria, másik oldalról a geometriát leíró nem vizuális formulák között igen érdekes viszony alakult ki. A relativitáselméletben szereplő összetett téridő-viszonyokat csak bonyolult tenzor-egyenletekkel lehet kezelni, amelyek hagyományos számításokat igényelnek (hasonlóan számos középiskolai koordináta-geometriai feladathoz). Formálisan tekintve itt nem sok helye van a geometriai fantáziának: egyenleteket kell megoldani, s ennek során nincs szükségünk geometriai képzetekre. Másrészt viszont ezek az egyenletek tartalmukban geometriaiak, ezért minden megoldás geometriai képzeteket, geometriai alakzatokat indukál, azaz „geometriai ábrázolásuk” eleve adott, nincs szükség olyan fölfedezésre, mint amilyen a Minkowski-geometria fölfedezése volt a speciális relativitáselmélet kapcsán. Továbbá, mivel az általános relativitáselmélet gravitációelmélete geometriai terminusokban fogalmazódott meg – ebben az elméletben a gravitáció tulajdonképpen nem más, mint a „téridő” görbültsége –, a megoldások fizikai értelmezése többnyire meg is követeli a megoldásként kapott formulák geometriai-vizuális megjelenítését. Végül az egyenletek megoldása gyakran igen bonyolult, és ekkor éppen a vizuális geometriai gondolkodás segíthet: a vizuális szemlélet alapján fölsejthet egy-egy megoldás, és azt a formulákba visszafordítva kipróbálhatjuk, elemezhetjük. Maga Einstein az 1917-es kozmológiai dolgozatában – melyben megteremtette a modern fizikai kozmológiát – pontosan így járt el: szférikus modelljéhez nem a kozmológiai egyenlet hagyományos megoldásával jutott el, hanem geometriai képzetként. Mintegy vizuálisan elképzelte a statikus és szférikus világegyetem lehetőségét, majd az annak megfelelő formulákat behelyettesítve egyenletébe, ellenőrizte, hogy egy ilyen világegyetem összeegyeztethető-e elméletével.¹⁰

A geometriából következő pszeudovizualitásnak (amely mint láttuk, a dimenziók elhagyásával részleges vizualitásba fordítható) ugyanakkor van még egy fontos szerepe Einstein elméletében. Bonyolultsága következtében az általános relativitáselmélet alapegyenletének számtalan megoldása van, és ezek jelentős részénél egyáltalán nem magától értődő, hogy van-e valamiféle fizikai értelme, s ha igen, mi az. Ilyen esetben pedig az értelmezésben nagy szerepe lehet a pszeudovizualitásnak: a furcsa, extrém megoldások, illetve konstrukciók egy része éppen a geometriai vizualitás, illetve az ahhoz kapcsolódó fantasztikus geometriáknak köszönhetően nyerhetett polgárjogot a mai fizikában.

¹⁰ Vö.: ALBERT EINSTEIN: Az általános relativitáselmülethez kapcsolódó kozmológiai vizsgálódások. In: (Szerk.) *Székely: i. m.*, 127–144.; illetve SZÉKELY LÁSZLÓ: *Einstein kozmoszától a fölfüvődő világegyetemig*. Bp., ELTE BTK Filozófiai Posztgraduális Központ, 1990.

Az egyik ilyen extrém konstrukció a relativisztikus fekete lyuk. Fekete lyuknak (pontosabban kozmológiai vagy asztronómiai fekete lyuknak) a fizika az olyan objektumokat nevezi, amelyekben a nagy sűrűség miatt a gravitáció megakadályozza, hogy az objektumot fizikai részecskék vagy hullámok hagyják el. Ennek következtében egy fekete lyukból még a fotonok – azaz az elektromágneses hullámok, így a látható fény – sem távozhatnak. A „fekete lyuk” e fogalmát a közvélemény Einstein relativitáselméletéhez kapcsolja, és csak annyit tud e hipotetikus fizikai létezőről, mint amennyit most vázoltunk. Valójában azonban ilyen fekete lyuk Newton elmélete alapján is kialakulhat, azaz egyáltalában nem kapcsolódik a relativitás elméletéhez.¹¹

A relativisztikus fekete lyukaknak azonban olyan sajátosságai is vannak, amelyek messze túlmutatnak az előbbi jellemzésen. Egyrészt középpontjukat végtelen téridő-görcsület és végtelen sűrűség jellemzi (ez a fekete lyuk „szingularitása”); továbbá az időkoordináta térkoordinátává, az egyik térkoordináta pedig időkoordinátává alakul át bennük. Mármint a népszerűsítő fizika előszeretettel hangsúlyozza e két tulajdonságot, mint amelyeket a modern fizika különös, de megfellebbezhetetlen furcsaságaiként el kell fogadnunk. Szűkebb tudományos körökben persze kicsit kifinomultabban jelenik meg mindez: a fizikusok egy része hajlik arra, hogy a végtelen térgörcsülettel és sűrűséggel jellemzett szingularitást a téridő csupán elméletileg – azaz a matematikai formalizmuson belül – jelentkező „elfajulásának” tekintse, amely mint teoretikus entitás éppen a relativitáselmélet csődjét, alkalmatlanságát jelzi a fekete lyukban föltételezett extrém folyamatok leírásában. Ezen értelmezés szerint tehát ilyen szingularitás a valóságos fizikai világban nem keletkezhet, és ezért itt az elmélet hibás.

Ami az idő és térkoordináta cseréjét jelenti, ebben ugyanakkor a mai fizika semmi kivetni valót nem lát. Az, hogy e cserén teoretikusan mit kell érteni, az persze világos – de hát ez a szingularitás esetében is így volt. Viszont erősen kétséges, hogy vajon van-e fizikai értelme e cserének. Ha az eredeti, einsteini relativitáselméletet tekintjük, abban Einstein a fogalmi meghatározások során az időt jelképező „t” paramétert az órákhoz kötötte, és ez átöröklődött a Minkowski-féle négydimenziós téridő „t”-vel jelzett – „időjellegű” – koordinátájára is. Mit jelent hát akkor, hogy az időjellegű koordináta térjellegűvé, az egyik térjellegű koordináta pedig időjellegűvé válik? A fizikához nem értő közvéleményt a fizikusok az ilyen kérdésekkel nem zavarják – csupán sejtetik, hogy a téridő idődimenziója az egyik térdimenziójával helyet cserél, azaz „a térből idő”, „az időből tér” válik, s

¹¹ Vö. pl.: J. MICHELL: On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars, in Consequence of the Diminution of the Velocity of Their Light, in Case Such a Diminution Should be Found to Take Place in any of Them, and Such Other Data Should be Procured from Observations, as Would be Farther Necessary for That Purpose. *Phil. Trans. R. Soc.* (London) 74, 1784. 35–57.

azt állítják, hogy ezt el kell fogadnunk még akkor is, ha ellentmond a térrel és az idővel kapcsolatos legelemibb intuíciónknak. De hát akkor – felidézve és alkalmazva az einsteini meghatározásokat – a fekete lyukban az óra mérőrúddá, a mérőrúd órává válna? Ez nyilvánvaló abszurditás, és egyik fizikus sem gondolná komolyan.

Ha viszont csak arról van szó, hogy a leírásunkban az időt jelző paraméter ezután az egyik térparaméterre válik, és megfordítva, akkor itt nyilvánvalóan szemfényvesztésbe ütközünk, amennyiben a fekete lyukon belüli viszonyokra vonatkozó egyenlet már csak formálisan fog megfelelni a relativitás elméletének, hiszen az eredeti „időparaméter”, a „t” már nem az időjellegű dimenziót fogja jelölni. A paramétercsere ugyanis a formális azonosság ellenére tartalmilag másikat egyenletet fog eredményezni. Ezért ekkor a csere következményeképpen más egyenlet fog vonatkozni a fekete lyukon belüli viszonyokra, mint az azon kívüliekre.

A most tárgyalt paramétercsere titka valójában az, hogy a matematikai egyenlet elszakad eredeti fizikai-geometriai tartalmától, és önállósítja magát.

Ennek megvilágítására tekintsük a következő középiskolás példát: egy osztályban kettővel több lány van, mint fiú. Nőnap alkalmából minden egyes fiú egy-egy rózsát ajándékoz minden egyes lánynak. A rózsák együttes száma 24. Hány fiú és hány lány van az osztályban?

Könnyű belátni, hogy a feladat vagy találgatással, vagy matematikai úton, másodfokú egyenlettel oldható meg, és ha ezen utóbbi utat választjuk, két megoldást kapunk:

- i) hat lány és négy fiú;
- ii) mínusz négy lány és mínusz hat fiú.

Középiskolás matematikai szabály, hogy ilyenkor a második megoldást mint értelmetlent, el kell elhanyagolnunk. Ami számukra itt érdekes, az azonban nem ez, hanem az, hogy ez az értelmetlenség az eredetileg megállapított paraméterezésből következik. A megoldás első lépéseként – még az egyenletek fölírása előtt – az X-et és az Y-t mint a keresett ismeretleneket jelző paramétereket a fiúk és a lányok létszámának feleltettünk meg. A mínusz négyet és mínusz hatot adó megoldás éppen a paraméterezés alapján válik értelmetlenné.

Mármost a Minkowski-féle téridő általánosításával kapott négydimenziós téridő paraméterezése szerint az úgynevezett négyzetes elemekben a térkoordináták négyzetének előjele azonos, az időkoordináta négyzetének előjele pedig ezzel ellentétes. A gravitációs összehúzódást leíró relativisztikus formulában viszont a fekete lyuk úgynevezett horizontján belül az időkoordináta és az egyik térkoordináta megfelelő eleme előjelet vált, aminek következtében formálisan ugyan továbbra is egy négydimenziós téridő geometriai leírását kapjuk – ám ez csak akkor tölthető meg tartalommal, ha az eredeti paraméterezésünket föladjuk. Csakhogy a föladat megoldásakor már rögzítettük a paramétereket, és e rögzítést megőrizve az előjelváltással azt kapjuk, hogy két térkoordináta és az időko-

ordinátához fog azonos előjel tartozni, míg a harmadik térkoordináta előjele lesz más. Egy ilyen téridő viszont már nem felel meg a relativisztikus téridő-geometria követelményeinek – és ezen az sem változtat, ha önkényes átparaméterezéssel a formulát értelmessé tesszük. Az a megállapodás, hogy pl. „t” jelöli az időt, a matematikán kívüli, azt megelőző megállapodás, a matematikának előzetesen fizikai értelmet adó interpretáció. Ezért azt nem írhatja felül egy matematikán belüli esemény – pl. egy előjelváltás. Ha az időkoordinátához rendelt „t” paraméter nem úgy viselkedik, mint amiképpen azt egy ilyen paraméter esetében az elmélet elvárja, akkor ez hasonló korlátja az elméletnek, illetve az adott konstrukciónak, mint a téridő-görbület és a sűrűség végtelenbe fordulása. Ennek elismerése belátása azonban a fekete lyukak belsejére vonatkozó teljes fizikát lehetetlenné tenné, hiszen ekkor a relativitáselmélet teljesítőképességének határát nem csupán a szingularitás, hanem a fekete lyuk horizonton belüli tartománya egészének tekintetében is föl kellene tételezni. (Kritikánk értelemszerűen csupán fekete lyukak belsejét leíró elméletre vonatkozik, és a külső megjelenésére vonatkozó elméletrészt – valamint ebből következően a csillagászati tapasztalatot – nem érinti. Ami kritikánkat elfogadva kikerülne a fizikából, az csupán a fekete lyuk belső téridő-geometriájára vonatkozó – tapasztalatilag egyébként is kontrollálhatatlan – elméletrész volna.¹²)

A fekete lyuk külsejének és belsejének konstrukciója ugyanakkor, mint a téridő geometriai alakzata vizuálisan tekintve folytonos és egységet alkot. Valójában ez az egységes geometriai konstrukció adja ma a fekete lyukak elméletét, amelyen kiváló fizikusok és matematikusok százai dolgoznak, és amelyet az interneten animációk sokasága tesz immáron nem csupán geometriai értelemben, hanem érzékileg is vizuálissá.¹³ S természetesen e kutatás mind matematikailag, mind az elméleti fizika szempontjából fontos, hiszen számos olyan eredménnyel

¹² A témával kapcsolatosan vesd össze még: SZÉKELY LÁSZLÓ: Black Holes, Closed Time-like Curvatures and Other Delicacies of GTR form a Philosophical Point of View and Platos Thaumias. In: (Ed.) László Székely: *Mathematics, Physics and Philosophy in the Interpretations of Relativity Theory*. Budapest. 4–6 Sept. 2009. Proceedings of the Conference, Budapest, Inst. for Philosophical Research of the Hungarian Academy of Science and the Department of the History and Philosophy of Science of the Faculty of Natural Sciences, Loránd Eötvös University 2009. 248–258.

¹³ A fekete lyukakat a nagyobb közönség számára népszerűen tárgyalja pl: CLIFFORD PICKOVER: *Black Holes: A Traveler's Guide*. Wiley, John & Sons, 1998; KIP S. THORNE: *Black Holes and Time Warps*. Norton, W. W. & Company, 1994; KITTY FERGUSON: *Black Holes in Space-Time*. Watts Franklin, 1991. Néhány, a tárgykörben ma már klasszikusnak számító szakmunka: KIP S. THORNE – CHARLES MISNER – JOHN WHEELER: *Gravitation*. W. H. Freeman and Company, 1973; (Eds.) C. M. De Witt – B. S. De Witt: *Black Holes*. Les Houches Summer School, 1972, Gordon and Breach, New York, 1973; Robert M. Wald: *Space, Time, and Gravity: The Theory of the Big Bang and Black Holes*. University of Chicago Press, 1992; SUBRAHMANYAN CHANDRASEKHAR: *Mathematical Theory of Black Holes*. Oxford University Press, 1999; V. P. FROLOW – I. D. NOVIKOV: *Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments*. Dordrecht, Boston, etc. 1998; EDWIN F. TAYLOR– JOHN ARCHIBALD WHEELER: *Exploring Black Holes*. Addison Wesley Longman 2000.

járhat, amely előremozdíthatja a matematikát és a fizikát még akkor is, ha a fekete lyuk belsejének fizikájára irányuló elméletekkel és geometriai konstrukciókkal szemben szkeptikusak vagyunk. Arra viszont nincs magyarázat, hogy e folytonos geometria érdekében miért kell a fekete lyuk belsejéhez érve önkényesen átparamétereznünk formulánkat – hacsak nem azt a populáris képet követjük, hogy valójában nincs is átparaméterezés, hanem maga az idő cserélődik föl az egyik térdimenzióval (amelynek nyomán viszont az órák és a mérőrudak egymásba való átalakulását kellene föltételeznünk).

A relativisztikus fekete lyuk a maga furcsa viszonyaival az általános relativitáselmélet téridejében megkonstruált geometriák jellegzetes példája. De hasonlóan geometriai jellegű konstrukciók a téridő időjellegű dimenziójának zárt görbületei, „időhurkai”, amelyek kapcsán a relativisztikus időutazás képzelete megszületett. Ezek az időhurkok azok, amelyekre hivatkozva a mai fizikusok többsége reálisnak tekinti az időutazás lehetőségét, és elképzelhetőnek tartják, hogy visszautazzunk múltunkba, vagy kirándulást tegyünk jövőnkbe. S hogy nem csupán fizikusok gondolkodnak így, hanem a filozófusok egy része is, tanúsítja a *Monist* e témával foglalkozó tematikus száma.¹⁴

Végül a relativitáselmélet geometriája keretében megfogant extrém geometriai konstrukciók között megemlíthetjük még az úgynevezett „féreglyukakat”, amelyek a „fehér” és „fekete” lyukakat kötik össze. A „fehér lyuk” mintegy a fekete lyuk geometriai tükörképeként nem elnyeli, hanem nagy intenzitással folyamatosan sugározza magából az energiát és az anyagot, a féreglyuk pedig a fekete lyukak és a fehér lyukak között teremt kapcsolatot. A modell szerint e konstrukcióban a fekete lyuk által elnyelt anyag átáramlik a fehér lyukba egy különös, az érzéki világban közvetlenül észlelhetetlen téridő-csatornán – a féreglyukon – keresztül, mely utóbbi akár időhurkot is tartalmazhat, és így rajta keresztül haladva időutazásban is részünk lehet.

AZ IDŐ TERESÍTÉSÉNEK ONTOLÓGIAI KÖVETKEZMÉNYE

A fekete lyukak, de még inkább az időutazást lehetővé tévő időhurkok és féreglyukak a relativitáselmélet tortájának finomságai, melyeket az elméleti fizikusok és matematikusok nagy szeretettel vizsgálnak, és amelyek ma a fizikai konferenciák egyik kedvenc, divatos tárgyát képezik. De a fizikán kívüli körök számára is különös nyálánkságok ezek, hiszen a feketelyuk belső, extrém viszonyai és az időutazás lehetőségének tudományos fölmutatása eléggé izgalmas és áhítatot keltő ahhoz, hogy a szélesebb közvéleménynek a mítosz és a tudomány iránti egyidejű igényét kiszolgálja.

¹⁴ Vö.: The Monist, July 2005: Time Travel.

Az előbbiekben láthattuk, hogy ezek a képződmények, melyek egyaránt el-
lentmondanak mindennapi gondolkodásunknak és a térrel és az idővel kapcsolo-
latos elemi intuíciónknak, az általános relativitáselmélet téridejének geometriai
konstrukciói, amelyek felé az első lépést a speciális elmélet összefüggéseinek
Minkowski-féle geometriai ábrázolása tette meg. Ha ugyanis ezt az ábrázolást
többnek tekintjük pusztán geometriai leírásnál – azaz, ha a szekeret a lovak elé
fogjuk –, akkor ez nem csupán azzal fog járni, hogy érzéki-tapasztalati világunk-
kal szemben egy matematikai-geometriai jellegű entitás – a négydimenziós téridő
– kap prioritást, hanem azzal is, hogy elmoszuk a tér és az idő közötti különbsé-
get, és az időt a tér jellegű téridő egyik dimenziójának tekintve „teresítjük”.

Az idő teresítése pedig két fontos következménnyel jár. Egyrészt ha az idő egy
geometriai jellegű létező – a téridő – dimenziója, ez azt az illúziót kelti, mintha
benne is ugyanúgy mozoghatnánk, mint a térben, miközben tapasztalati vilá-
gunkban időbeli helyünket nem változtathatjuk meg. Másrészt, a „teresített” –
azaz térbeli kiterjedéssel fölrüházott – idődimenzió képzete képlékeny, „gyúr-
hatóvá”, „görbíthetővé”, „hurkolhatóvá” teszi az időt, és mind a fekete lyukak
belső, elfajult görbültségű térideje, mind az időutazással kapcsolatos fantáziák-
nak tudományos köntöst adó időhurkok ezen alapulnak.

Csak hogy az idő e teresítésének súlyos ontológiai következménye van, mely-
nek nyomán az időutazással kapcsolatos fantáziák megkérdőjeleződnek. A fizi-
kus-kozmológus Edward R. Harrison *Cosmology* című könyvében arra hívja föl a
figyelmünket, hogy a téridőben csak akkor lehetne mozgás, változás, illetve az
időhurkon csak akkor lehetne a múltba visszautazni, ha volna egy ötödik dimen-
zió, amely mint valóságos idő kívül esne e téridőn.¹⁵ A téridőn mint geometriai
térben belüli mozgásnak ugyanis elengedhetetlen feltétele, hogy legyen egy ilyen,
a geometrián kívüli, valóságos idő. Csak hogy a relativitás elméletének nincs
ilyen második ideje. Térideje az idő és a tér teljes egysége, s ha komolyan vesz-
szük, hogy ez az egység elsőbbséggel bír fizikai ontológiánkban, akkor a fizikai
világban lehetetlen lesz a változás, s mindaz, amit mi változásnak érzékelünk,
csupán illúzió. A téridőben nem mondhatjuk semmiről sem azt, hogy *volt* vagy
lesz, egyetlen használható kifejezésként az marad, hogy *van*. Születésem nem
volt, hanem örökkévalóan és változtathatatlanul adva van a téridő egy adott
pontján, mint amiképpen halálom is már mindig is ott van a téridő egy másik
pontján. Születésem nem volt, hanem a téridőben *ott* és *most* van, mint amikép-
pen halálom bár *amott* (tehát máshol) van, de ugyancsak *most*. Az időhurkon
nem mozoghatunk, a múltba nem utazhatunk. Ha a hurok reális és az én világ-
vonalam végigfut rajta, akkor *most* és *mindig* is ott vagyok a múltban – mégpe-
dig kétszeresen: eredendően, mint a múltbeli ponthoz tartozó fiatalkori énem, és

¹⁵ EDWARD R. HARRISON: *Cosmology*. Cambridge, London, etc, Cambridge University Press, 1981.

mint későbbi, időutazó énem. Egyik sem utazott oda, és nem is fog soha elutazni onnan: mindörökkön örökké *ott van*.

De ha téridő az igazi valóság, nem utazhatunk a jelenben sem. Amikor egy városban felszállok a vonatra, akkor az úti célnál nem leszállni fogok, hanem a téridőben már mindig is ott vagyok és szállok le a vonatról. Ha én ezt másképp élem meg, s azt hiszem, hogy célomat a jövőben fogom elérni, tévedek. Semmi sem lesz a jövőben, semmit sem fogok tenni az eljövő időben, mert a jövő mindig is *van*, csak éppen *máshol van* a téridőben, mint a téridőbeli itt. A relativisztikus téridő-ontológiában a „volt-van-lesz” időélménye csupán illúzió.¹⁶

Ha tehát ontológiailag komolyan vesszük a téridőt, mint a tapasztalati világgal szemben prioritással bíró, geometriai jellegű képződményt, akkor Parmenidész *Egy*-ének modern változatát kapjuk meg, és ezt vállalnunk kell minden következményével együtt. El kell fogadnunk, hogy múlt és jövő, keletkezés és elmúlás, emlékezés és remény mind csupán illúzió, mivel semmi sem lesz és semmi sem szűnik meg, mert a négydimenziós téridő-világot csupán egyetlen egy temporális minősítés illetheti meg: az, hogy minden létezik, minden van, csak éppen számos dolog, esemény nem itt létezik, hanem az örökkévaló és változatlan téridő valamely másik pontján.

Tanulmányunk indító gondolataiból viszont az is következik, hogy a relativitáselmélet tudományos sikere egyáltalában nem követeli meg tőlünk e téridő-geometria és konstrukciói ontológiai elsőbbségét. Az elméletek empirikus alul-determináltságára gondolva tekinthetjük e téridő-geometriát olyan sikeres ábrázolási módnak vagy technikai eszköznek is, mely a fizikai valóság számos összefüggését helyesen ragadja meg, de mint ilyen csak teoretikus alkotásként létezik.

SZÉKELY LÁSZLÓ 2002: „A világtalanítás stációja: Albert Einstein relativitáselmélete a létre vonatkozó heideggeri kérdés kontextusában.” *Világosság* XLIII. évfolyam/ 10–12. 139–155. o

SZÉKELY LÁSZLÓ: „Albert Einstein és a XX. századi fizika mitológiája.” *Világosság*, 2007/11–12. 127–144.

¹⁶ (Az idő teresítésének problémájával kapcsolatosan vö. még: SZÉKELY 2002.)